Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTS Bioqualité, veuillez visiter :
btsbioqualite.fr/annales-sujets-et-corriges

BTS BIOQUALITÉ • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Démarrage d'un train à propulsion électromagnétique : équation différentielle, étude de fonction et calcul d'aire (13 questions) — **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse (13 questions) — **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsbioqualite.fr/assets/annales/bts-bioqualite/E2 - Mathématiques/2018/BTS Bioqualité - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Démarrage d’un train à propulsion électromagnétique : équation différentielle, étude de fonction et calcul d’aire

Le sujet étudie le départ d’un wagon propulsé dans un tube à basse pression, avec pour objectif d’atteindre 400 km/h en moins de deux minutes. La distance parcourue est modélisée par une fonction, puis une pièce destinée à une future gare sert de support au calcul d’une aire.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène (E0) : y' - 0,2y = 0, en utilisant la formule fournie.

On compare avec la formule fournie pour $y' + ay = 0$. Ici, $a = -0,2$, donc l’exposant $-at$ vaut $0,2t$. La constante k peut être n’importe quel réel. La famille obtenue est définie sur tout l’intervalle demandé $[0, +\infty[$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle (E) : y' - 0,2y = 3t.

On dérive la fonction proposée : $g'(t) = -15$. Puis on remplace y par $g(t) = -15t - 75$ dans le membre de gauche de (E). On obtient $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$, quel que soit t. Le membre de gauche est donc égal au membre de droite, ce qui vérifie que g est solution.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $g'(t) - 0,2g(t) = 3t$ pour tout $t \in [0, 3]$: g est solution de (E).

Question 3°. Déduire des solutions de (E0) et d’une solution particulière l’ensemble des solutions de l’équation différentielle (E).

Une solution particulière de (E) est $g(t) = -15t - 75$, et les solutions de l’équation homogène associée sont $ke^{0,2t}$. Toute solution de (E) s’obtient en ajoutant à cette solution particulière une solution de l’équation homogène. On obtient ainsi toutes les solutions sur l’intervalle considéré.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, sachant qu'au temps t = 0 le wagon est au point de départ.

La solution générale est $f(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$. À $t = 0$, la condition initiale donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$. On remplace cette constante dans la solution générale. La fonction obtenue vérifie l'équation différentielle et place bien le wagon au point de départ à l'instant initial.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir de l'expression fournie pour f'(t), résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

L'expression fournie donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$. La fonction exponentielle étant croissante, cette inégalité équivaut à $0,2t \geq 0$, donc à $t \geq 0$. Tous les points de l'intervalle $[0, 3]$ vérifient cette condition.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f'(t) les variations de la fonction f sur [0, 3].

La dérivée s'annule en 0 et est strictement positive sur $]0, 3]$. La fonction f est donc croissante sur $[0, 3]$. À l'extrémité gauche, $f(0) = 0$. À l'extrémité droite, on évalue $f(3)$ avec l'expression donnée :

t	**0**	**3**
Signe de $f'(t)$	0	+
Variations de f	0	$75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f est croissante sur $[0, 3]$, de 0 à environ $16,659$ km.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

La distance parcourue au bout d'une minute est $f(1)$. En remplaçant t par 1 dans l'expression de f, on obtient $75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,6052$ km. L'arrondi au dixième demandé conduit à une distance de $1,6$ km.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Au bout d'une minute, le wagon a parcouru $1,6$ km.

Question 3° a). Sachant que la vitesse instantanée du wagon, en kilomètre par minute, est donnée par f'(t), déterminer sa vitesse à t = 2 minutes et arrondir le résultat au dixième.

La vitesse à l'instant t est $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$, en km/min. Pour $t = 2$, on calcule $15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min, soit $7,4$ km/min au dixième. En convertissant la valeur non arrondie en km/h, cela correspond à environ $442,6$ km/h.

✓ RÉPONSE À RETENIR

À $t = 2$, la vitesse est $7,4$ km/min, soit environ $442,6$ km/h.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

Le seuil de 400 km/h correspond à $400/60$ km/min. La vitesse atteint ce seuil lorsque $15(e^{0,2t} - 1) = 400/60$, soit $t = 5\ln(13/9) \approx 1,839$ minute. Comme cet instant est inférieur à 2 minutes, l'objectif fixé pour le départ est atteint.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui : le seuil de 400 km/h est atteint après environ $1,839$ minute, donc en moins de deux minutes.

Question 4°. Choisir, sans justification, parmi les trois propositions celle qui donne une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2.

Au point d'abscisse 2, la tangente s'écrit $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. Avec $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$ et $f(2) = 75(e^{0,4} - 1) - 30$, le coefficient constant après développement est $45e^{0,4} - 75$. Il faut donc choisir la troisième proposition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir, sans justification, l'aire du rectangle OPQR parmi les trois valeurs proposées, en unité d'aire, à l'aide du schéma et des données fournies.

Sur le schéma, le rectangle $OPQR$ a une largeur de 3 unités, de $x = 0$ à $x = 3$, et une hauteur de $2,25$ unités, donnée par la droite supérieure $y = 2,25$. Son aire est donc le produit de ses dimensions : $3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire. C'est la troisième valeur proposée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie de g(x) = 27x/(2x² + 18), calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3.

Comme $g(x) \geq 0$ sur $[0, 3]$, l'aire demandée est l'intégrale de g sur cet intervalle. La primitive fournie est $G(x) = \frac{27}{4}\ln(x^2 + 9) + c_1$. Ainsi, $A_2 = G(3) - G(0) = \frac{27}{4}\ln(18/9) = \frac{27}{4}\ln 2$, soit environ $4,679$ unités d'aire.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire A de la région hachurée et arrondir le résultat au millième.

Par symétrie, l'aire hachurée est deux fois l'aire située sur $[0, 3]$. Sur cette moitié, elle correspond au rectangle de hauteur $2,25$ moins l'aire sous la courbe, soit $A_1 - A_2$. On obtient donc $A = 2(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2)$, puis on arrondit au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A = 13,5 - \frac{27}{2}\ln 2 \approx 4,143$ u. a.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse

L'exercice porte sur l'obsolescence technique et logicielle de smartphones, à partir de données recueillies par une association de consommateurs. Il étudie aussi la réparabilité d'un lot de téléphones et un test statistique visant à vérifier une affirmation concernant la marque B.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données sur les 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant obsolescence technique et obsolescence logicielle, avec les totaux correspondants.

Sur 200 appareils, 3 % correspondent à 6 smartphones touchés par T et 8 % à 16 touchés par L. Parmi ces 16 appareils touchés par L, 12,5 % sont aussi touchés par T, soit 2. Les autres cases s'obtiennent en retirant ces effectifs des totaux de ligne et de colonne.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Effectifs complétés : T et L, 2 ; T sans L, 4 ; L sans T, 14 ; ni T ni L, 180.

Question 2°. Pour un smartphone choisi au hasard parmi les 200, donner P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique, L l'obsolescence logicielle et P_L(T) la probabilité de T sachant L.

Les proportions de smartphones touchés par l'obsolescence technique et logicielle sont données directement dans l'énoncé : respectivement 3 % et 8 %. Pour la probabilité conditionnelle, on se place parmi les smartphones touchés par L : l'énoncé indique que 12,5 % d'entre eux sont également touchés par T. On obtient donc les trois probabilités demandées.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0{,}03$; $P(L) = 0{,}08$; $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3° a). À l'aide des questions précédentes, calculer la probabilité $P(T \cap L)$ qu'un smartphone soit touché par les deux types d'obsolescence.

Pour calculer la probabilité de l'intersection, on utilise la probabilité conditionnelle donnée dans l'énoncé : parmi les smartphones touchés par L, 12,5 % sont touchés par T. Ainsi, on multiplie P(L) par $P_L(T)$: $P(T \cap L) = 0{,}08 \times 0{,}125 = 0{,}01$. La probabilité cherchée est donc 1 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T ∩ L) = 0,01, soit 1 % des smartphones.

Question 3° b). À l'aide des questions précédentes, calculer la probabilité P(T ∪ L) qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

La réunion T ∪ L correspond aux smartphones touchés par au moins un des deux types d'obsolescence. En additionnant P(T) et P(L), l'intersection serait comptée deux fois : on la soustrait donc une fois. On obtient P(T ∪ L) = 0,03 + 0,08 − 0,01 = 0,10, soit 10 % de la population étudiée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T ∪ L) = 0,10, soit 10 % des smartphones étudiés.

Question 3° c). À l'aide des questions précédentes, calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité que L se réalise sachant que T est réalisé s'obtient en divisant la probabilité de l'intersection par celle de T. Avec les résultats précédents, $P_T(L) = P(T \cap L) / P(T) = 0,01 / 0,03$. Le résultat est arrondi au millième, comme demandé pour cet exercice.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P_T(L) \approx 0,333$, soit environ 33,3 %.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, égale au nombre de smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale, puis préciser ses paramètres.

Un smartphone prélevé constitue un essai de Bernoulli, dont le succès est « être non réparable » et la probabilité vaut 0,045. Le prélèvement est assimilé à des tirages avec remise : les 50 essais sont donc indépendants et leur probabilité de succès reste constante. X compte le nombre de succès parmi ces 50 essais.

✓ RÉPONSE À RETENIR

X suit la loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous les smartphones soient réparables.

Un smartphone est réparable avec une probabilité de $1 - 0{,}045 = 0{,}955$. Pour que les 50 smartphones du lot soient tous réparables, il faut que cet événement se produise à chaque tirage. Les tirages étant assimilés à des tirages avec remise, ils sont indépendants : la probabilité recherchée est donc $0{,}955^{50}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité que les 50 smartphones soient réparables est $0{,}955^{50} \approx 0{,}100$.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme fourni, puis compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et les valeurs successives de S pour i allant de 0 à 3.

Pour chaque valeur de i, on calcule P(X = i) avec la loi binomiale B(50 ; 0,045), puis on l'ajoute à la valeur précédente de S. Le tableau donne les probabilités arrondies au millième et les sommes cumulées, également arrondies au millième. La valeur initiale de S est 0 avant le premier ajout.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Valeurs successives de S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat dans le contexte du nombre de smartphones non réparables.

À la fin de la boucle, S est la somme de P(X = i) pour i allant de 0 à 3. Elle représente donc la probabilité qu'un lot compte au plus trois smartphones non réparables. En additionnant les quatre probabilités calculées à la question précédente, on obtient $S \approx 0{,}813$, soit environ 81,3 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $S \approx 0{,}813$: environ 81,3 % des lots comptent au plus 3 smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une variable aléatoire X suivant une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est $E(X) = np$. Ici, $E(X) = 50 \times 0{,}045 = 2{,}25$. Cette valeur s'interprète comme le nombre moyen de smartphones non réparables par lot de 50, si l'on considère un grand nombre de lots prélevés dans les mêmes conditions.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 : un lot de 50 smartphones contient en moyenne 2,25 appareils non réparables.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0 : p = 0,55, choisir parmi 0,05, 0,06 et 0,07 la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95.

Sous H_0, l'écart-type est 0,037. Pour la loi normale, l'intervalle central de 95 % s'étend approximativement à 1,96 écart-type de la moyenne de chaque côté. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252. Arrondi au centième, h vaut 0,07, ce qui correspond à la troisième proposition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

h ≈ 0,07 au centième.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %.

Le test bilatéral au seuil de 5 % conduit à retenir l'intervalle d'acceptation centré sur 0,55, avec la demi-largeur h = 0,07 obtenue à la question précédente. On compare la fréquence observée à ses bornes :

- si elle appartient à [0,48 ; 0,62], on ne rejette pas H_0 ;
- si elle est hors de cet intervalle, on rejette H_0 au profit de H_1.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si la fréquence est comprise entre 0,48 et 0,62 ; la rejeter sinon.

Question 3°. Dans l'échantillon de 180 personnes, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Conclure le test d'hypothèse.

La fréquence observée dans l'échantillon est 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle d'acceptation [0,48 ; 0,62]. Elle appartient donc à la région de rejet du test au seuil de 5 %. Les données ne sont pas compatibles avec l'hypothèse nulle au niveau retenu.

✓ RÉPONSE À RETENIR

On rejette H_0 au seuil de 5 % : l'échantillon ne confirme pas p = 0,55.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Session 2018 du BTS, épreuve de mathématiques du groupement B, code MATGRB1, durée de 2 heures et coefficient variable selon la spécialité. L'épreuve étudie le départ d'un train à propulsion électromagnétique et l'obsolescence programmée des smartphones. Elle évalue les équations différentielles, l'étude de fonctions, les intégrales, les probabilités conditionnelles, la loi binomiale et le test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour une équation différentielle linéaire, la solution générale est la somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène associée.
- La dérivée d'une distance en fonction du temps donne la vitesse instantanée, dans les unités de distance et de temps utilisées.
- Pour une variable binomiale X de paramètres n et p, P(X = k) = C(n,k)p^k(1-p)^(n-k) et E(X) = np.
- Pour deux événements T et L, P(T ∪ L) = P(T) + P(L) - P(T ∩ L), et P_T(L) = P(T ∩ L)/P(T).

Points de vigilance & attentes du jury

- La vitesse f'(t) est en km/min : la convertir en km/h avant de la comparer à 400 km/h.
- Pour l'aire hachurée, exploiter la symétrie et distinguer l'aire du rectangle de l'aire sous la courbe.
- Dans le modèle binomial, identifier le nombre d'essais, la probabilité de non-réparabilité et les conditions d'indépendance.
- Pour le test bilatéral, comparer la fréquence observée à la zone de décision et conclure dans le contexte de l'enquête.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment reconnaître une loi binomiale dans cet exercice ?

Il faut un nombre fixé d'essais, deux issues par essai, une probabilité de succès constante et des essais indépendants. Ici, le tirage est assimilé à des tirages avec remise : il y a 50 essais et la probabilité de non-réparabilité est de 0,045.

Q : Comment relier la dérivée de la distance à la vitesse demandée ?

La dérivée de la distance par rapport au temps donne la vitesse instantanée dans les unités utilisées par la fonction. Ici, f est en kilomètres et t en minutes, donc f'(t) est en kilomètres par minute.

Q : Comment organiser la réponse au test d'hypothèse ?

Déterminer d'abord la zone d'acceptation au seuil de 5 %, puis calculer la fréquence de l'échantillon et la comparer à cette zone. Conclure en indiquant si les données conduisent à rejeter l'hypothèse nulle.

Q : Les coefficients des spécialités sont-ils tous identiques ?

Non. Le sujet indique un coefficient selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3. Il faut se référer à la ligne correspondant à sa spécialité dans le tableau de la première page du sujet.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsbioqualite.fr/assets/annales/bts-bioqualite/E2 - Mathématiques/2018/BTS Bioqualité - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Bioqualité : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.